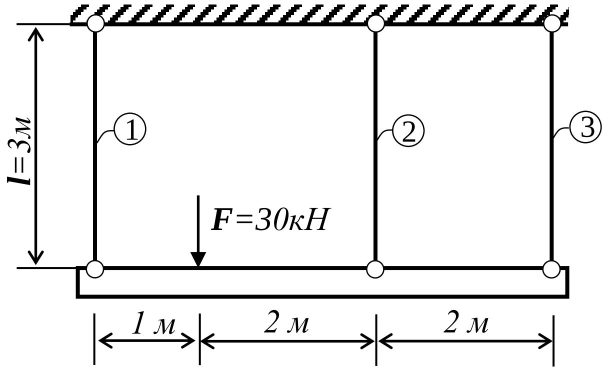
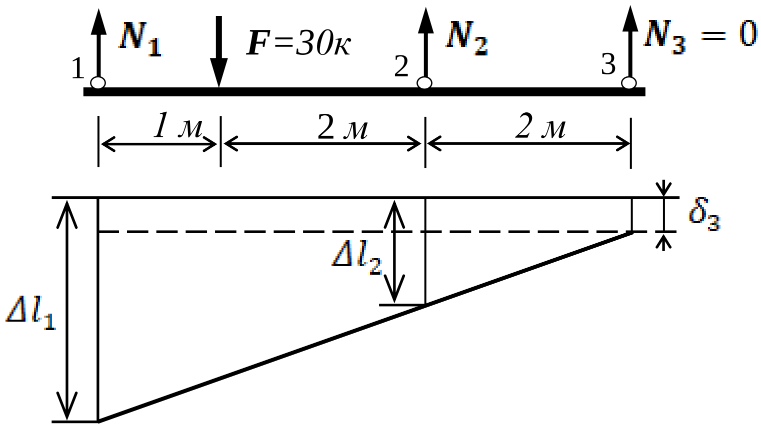


Задача №1

На какую величину δ_3 должна отличаться длина стержня 3 от длины стержней 1 и 2 для того, чтобы после приложения к абсолютно жёсткому брусу силы F стержень 3 оказался полностью разгруженным?

Для всех стержней EA = 5·10^{-4} кН.

<u>Решение</u>



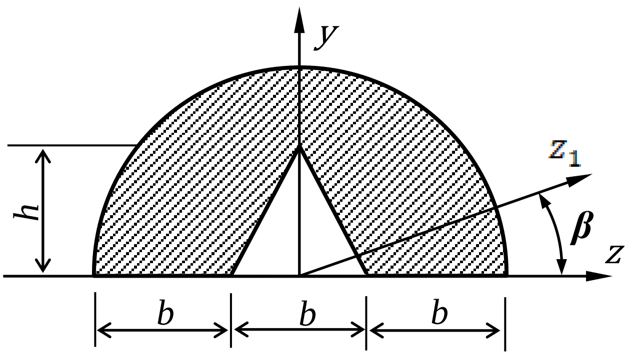
$$\sum m_1 = N_2 \cdot 3 - F \cdot 1 = 0 \Rightarrow N_2 = 10\,\text{кН}. \quad \sum m_2 = F \cdot 2 - N_1 \cdot 3 = 0 \Rightarrow N_1 = 20\,\text{кН}.$$

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l}{E \cdot A} = \frac{20 \cdot 3}{5 \cdot 10^4} = 12 \cdot 10^{-4}\,\text{м}. \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l}{E \cdot A} = \frac{10 \cdot 3}{5 \cdot 10^4} = 6 \cdot 10^{-4}\,\text{м}.$$

$$\frac{\Delta l_1 - \delta_3}{5} = \frac{\Delta l_2 - \delta_3}{2} \Rightarrow 2 \cdot \Delta l_1 - 2 \cdot \delta_3 = 5 \cdot \Delta l_2 - 5 \cdot \delta_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta_3 = \frac{5 \cdot \Delta l_2 - 2 \cdot \Delta l_1}{3} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 12 \cdot 10^{-4}}{3} = 2 \cdot 10^{-4}\,\text{м}.$$

Ответ: $\delta_3 = 2 \cdot 10^{-4}$ м.



Задача №2

Фигура представляет собой полукруг диаметром $D = 3b$, ослабленный вырезом в виде равнобедренного треугольника с основанием b и высотой h. При каком отношении h/b момент инерции фигуры относительно оси Z_1 не будет зависеть от угла β?

<u>Решение</u>

$$I_{z1} = \frac{I_z + I_y}{2} + \frac{I_z - I_y}{2} \cdot \cos 2\beta - I_{zy} \cdot \sin 2\beta.$$

Ось y – ось симметрии $\Rightarrow I_{zy} = 0$.

I_{z1} не будет зависеть от угла β при условии

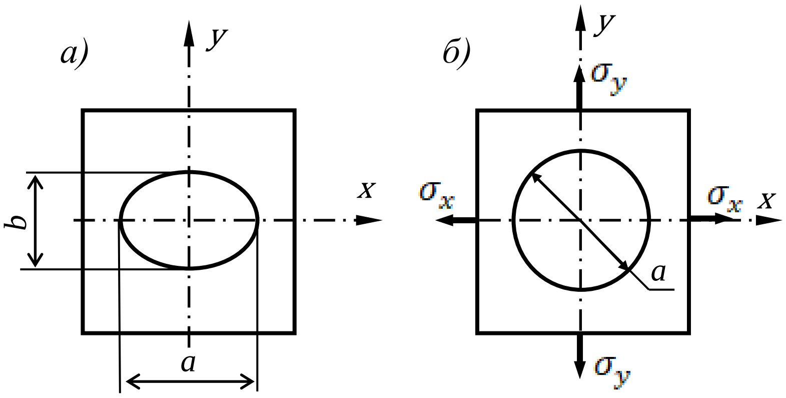
$\frac{I_z - I_y}{2} \cdot \cos 2\beta = 0 \Rightarrow I_z = I_y$.

Для полукруга $I_z^{пк} = I_y^{пк} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot D^4}{64} = \frac{\pi \cdot (3b)^4}{128} = \frac{81\pi \cdot b^4}{128}$

Для треугольника $I_z^{тр} = \frac{b \cdot h^3}{12}$, $I_y^{тр} = \frac{h \cdot b^3}{48} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{h \cdot b^3}{48} \Rightarrow \frac{h}{b} = 0,5.$

Ответ: $\frac{h}{b} = 0,5.$



Задача №3

На поверхности тонкой пластинки из изотропного материала, E и ν которого заданы, изображен эллипс с осями a и b (рис. а).

Какими должны быть напряжения σ_x и σ_y,, чтобы эллипс превратился в круг диаметром a (рис. б)?

<u>Решение</u>

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \nu\cdot\sigma_y\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_x = \nu\cdot\sigma_y. \qquad (1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \nu\cdot\sigma_x\right) = \frac{a-b}{b} = \frac{a}{b} - 1 \Rightarrow \sigma_y - \nu\cdot\sigma_x = E\cdot\left(\frac{a}{b}-1\right). \qquad (2)$$

С учетом (1) из (2) получаем:

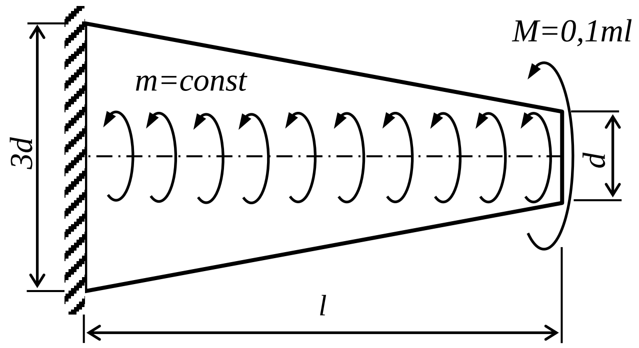
$$\sigma_y - \nu^2\cdot\sigma_y = E\cdot\left(\frac{a}{b}-1\right) \Rightarrow \sigma_y\cdot(1-\nu^2) = E\cdot\left(\frac{a}{b}-1\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}\cdot\left(\frac{a}{b}-1\right).$$

Из (1) получаем:

$$\sigma_x = \frac{\nu\cdot E}{1-\nu^2}\cdot\left(\frac{a}{b}-1\right).$$

Ответ: $\sigma_x = \frac{\nu\cdot E}{1-\nu^2}\cdot\left(\frac{a}{b}-1\right)$; $\quad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}\cdot\left(\frac{a}{b}-1\right)$.

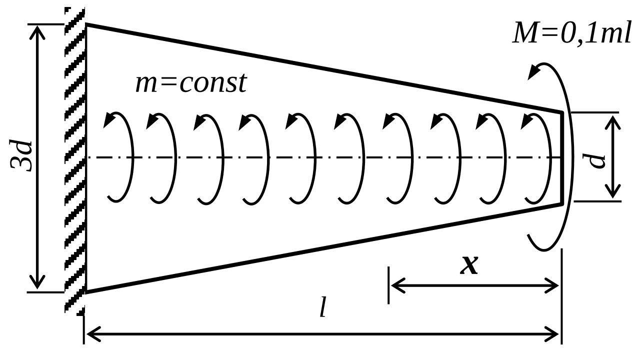


Задача №4

Определить допускаемое значение интенсивности равномерно распределённого скручивающего момента m для конического вала.

Расчётное сопротивление материала вала при сдвиге – R_s.

Решение



В произвольном сечении вала с координатой ***x***:

$$M_t(x) = 0{,}1\cdot m\cdot l + m\cdot x = m\cdot(0{,}1\cdot l + x).$$

$$d(x) = d\cdot\left(1+\frac{2}{l}x\right) \Rightarrow W_\rho(x) = \frac{\pi d^3}{16}\cdot\left(1+\frac{2}{l}x\right)^3.$$

$$\tau(x) = \left|\frac{M_t(x)}{W_\rho(x)}\right| = \frac{m\cdot(0{,}1\cdot l + x)\cdot 16}{\pi d^3\cdot\left(1+\frac{2}{l}x\right)^3}.$$

Условие максимума касательных напряжений: $\frac{d\tau(x)}{dx} = 0 \Rightarrow$

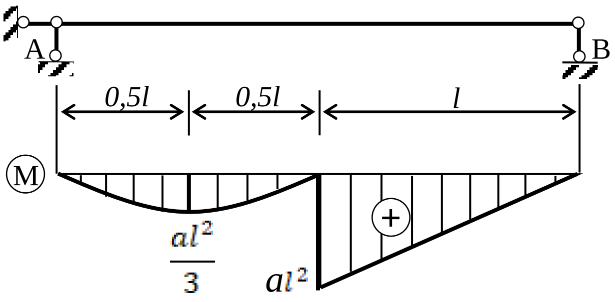
$$\Rightarrow \frac{d\tau(x)}{dx} = \frac{16\cdot m}{\pi d^3}\cdot\frac{1\cdot\left(1+\frac{2}{l}x\right)^3 - 3\cdot\left(1+\frac{2}{l}x\right)^2\cdot\frac{2}{l}\cdot(0{,}1\cdot l + x)}{\left(1+\frac{2}{l}x\right)^6} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1+\frac{2}{l}x - \frac{6}{l}\cdot(0{,}1\cdot l + x)}{\left(1+\frac{2}{l}x\right)^4} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1+\frac{2}{l}x - 0{,}6 - \frac{6\cdot x}{l} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{\max} = 0{,}1\cdot l.$$

$$|\tau|_{\max} = \frac{[m]\cdot(0{,}1l + 0{,}1l)\cdot 16}{\pi d^3\cdot\left(1+\frac{2}{l}\cdot 0{,}1l\right)^3} = [m]\cdot\frac{0{,}2\cdot l\cdot 16}{\pi d^3\cdot 1{,}2^3} = [m]\cdot 1{,}85\cdot\frac{l}{\pi d^3} \le R_S \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad [m] \le \frac{\pi d^3\cdot R_S}{1{,}85\cdot l} \quad \Rightarrow \quad [m] \le 1{,}7\cdot\frac{R_S\cdot d^3}{l}.$$

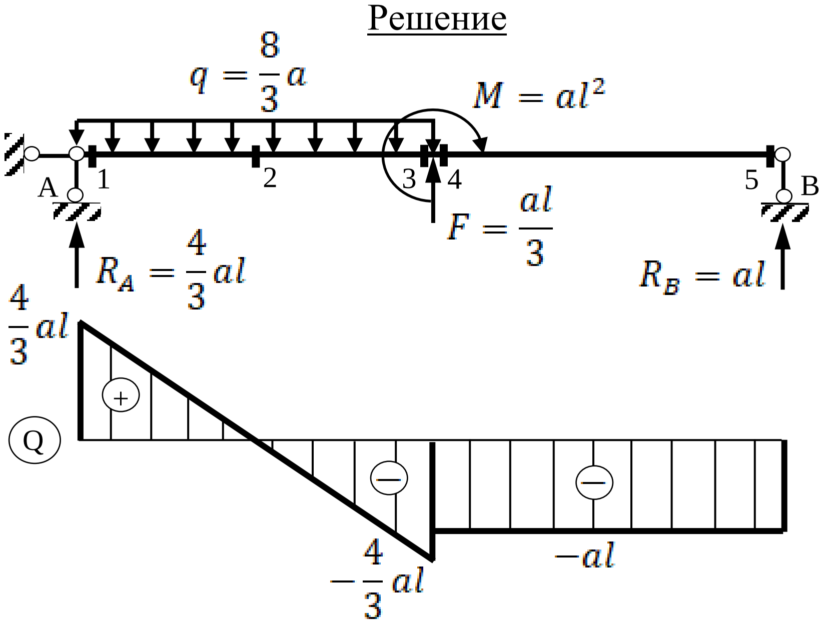
Ответ: $[m] \le 1{,}7\cdot\frac{R_S\cdot d^3}{l}.$



Задача №5

По заданной эпюре M построить эпюру Q и установить действующую на балку нагрузку.

Решение



По эпюре M видно, что на левой половине пролёта приложена направленная вниз равномерно распределённая нагрузка (q), а в средине пролёта приложен направленный по часовой стрелке сосредоточенный момент M=$a \cdot l^2$.

Изгибающий момент в сечении 3 равен $M_3 = R_A \cdot l - q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0 \;\Rightarrow\; R_A = \frac{q \cdot l}{2}$. (1)

Изгибающий момент в сечении 2 равен $M_2 = R_A \cdot \frac{l}{2} - q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = \frac{a \cdot l^2}{3} \;\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{q \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{2} - q \cdot \frac{l^2}{8} = \frac{a \cdot l^2}{3} \;\Rightarrow\; q = \frac{8}{3} \cdot a.$ Из (1) получаем $R_A = \frac{8}{3} \cdot a \cdot \frac{l}{2} = \frac{4}{3} \cdot a \cdot l.$

Изгибающий момент в сечении 4 равен $M_4 = R_B \cdot l = a \cdot l^2 \;\Rightarrow\; R_B = a \cdot l.$

Поперечная сила в сечении 1 равна $Q_1 = R_A = \frac{4}{3} \cdot a \cdot l.$

Поперечная сила в сечении 2 равна $Q_2 = R_A - q \cdot \frac{l}{2} = \frac{4}{3} \cdot a \cdot l - \frac{8}{3} \cdot a \cdot \frac{l}{2} = 0.$

Поперечная сила в сечении 3 равна $Q_3 = R_A - q \cdot l = \frac{4}{3} \cdot a \cdot l - \frac{8}{3} \cdot a \cdot l = -\frac{4}{3} \cdot a \cdot l.$

Поперечные силы в сечениях правой половины пролёта равны $Q_{4\text{-}5} = -R_B = -a \cdot l.$

«Скачок» на эпюре Q в средине пролёта показывает, что здесь приложена направленная вверх сосредоточенная сила $F = \frac{a \cdot l}{3}$.