

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ (СИБСТРИН)

Кафедра физики

Лабораторная работа № 81а
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ
КОНСТРУКЦИИ МЕТОДОМ ФИЗИЧЕ-
СКОГО МАЯТНИКА

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов всех специальностей
и форм обучения

НОВОСИБИРСК 2006

Методические указания разработаны
канд. техн. наук, профессором Л.Ф. Меденцовым

Утверждены методической комиссией ФПСВО
27 января 2006 года

Рецензент:

– Н.И. Новикова, доцент кафедры физики НГАСУ (Сибстрин)

© Новосибирский государственный
архитектурно-строительный
университет (Сибстрин), 2006

Приборы и принадлежности: стойка с металлической призмой из твердого металла, верхнее ребро которой является осью качания (т. O); конструкция, состоящая из полого цилиндра, стержня и перемещающегося по стержню шара или цилиндра; секундомер; измерительная линейка.

1. Теоретическое введение

Физическим маятником называется твердое тело, совершающее колебания под действием собственной силы тяжести вокруг оси, не проходящей через центр тяжести тела.

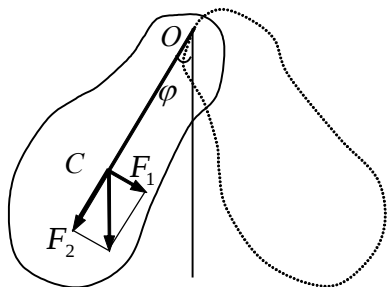


Рис. 1

Например, дано тело произвольной формы, имеющее массу m , которое может вращаться вокруг оси (т. O), не совпадающей с центром масс (т. C). В положении равновесия центр масс находится под точкой подвеса маятника, на одной с ней вертикали (рис. 1). При отклонении маятника на угол φ (угол должен быть очень мал, не более $3-5^\circ$) составляющая силы

тяжести F_2 уравнивается реакцией оси O , сила F_1 стремится возвратить маятник в положение равновесия.

Для малых углов φ можно записать:

$$F_1 = -mg \sin \varphi = -mg\varphi.$$

Момент силы, действующий на тело, численно равен:

$$M = F_1 d = -mgd \cdot \varphi, \quad (1)$$

где $d = OC$ – расстояние между точкой подвеса и центром масс (плечо силы F_1).

По второму закону динамики для вращательного движения

$$M = J \cdot \varepsilon = J \frac{d^2 \varphi}{dt^2}, \quad (2)$$

где J – момент инерции маятника относительно оси O ;

ε – угловое ускорение.

Из формул (1) и (2) имеем:

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -m g d \cdot \varphi. \quad (3)$$

Поскольку при малых углах выполняется условие $\sin \varphi = \varphi$, то $\varphi = \frac{x}{d}$, где x – линейное смещение центра масс от положения равновесия.

Подставляя φ в формулу (3), получаем:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -m g \frac{d}{J} x. \quad (4)$$

Линейная зависимость ускорения от смещения соответствует условию гармонического колебания, поэтому решением этого дифференциального уравнения является уравнение:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \text{ или } x = A \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (5)$$

При $\omega^2 = m g \frac{d}{J}$ и $\omega = \frac{2\pi}{T}$ момент инерции тела может быть выражен формулой:

$$J_{\circ} = \frac{m g d T^2}{4\pi^2}. \quad (6)$$

Если n – число полных колебаний маятника за время t , то $T = \frac{t}{n}$, поэтому получается:

$$J_{\circ} = \frac{m g d t^2}{4\pi^2 n^2}. \quad (7)$$

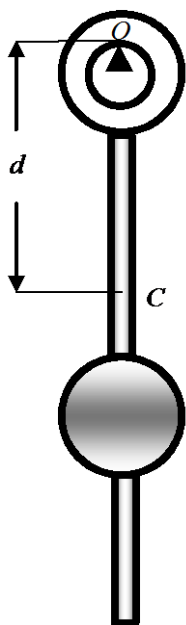


Рис. 2

2. Ход работы

1-я часть. Определение момента инерции конструкции аналитическим способом относительно оси, не проходящей через ее центр масс.

На рис. 2 изображена конструкция, состоящая из нескольких тел: например, полого цилиндра, стержня, сплошного цилиндра (или однородного шара), который может перемещаться вдоль стержня (конструкция может включать и иные тела).

Момент инерции конструкции, состоящей из нескольких тел, равен сумме моментов инерции этих тел относительно оси качения (т. O). Таким образом, в данном случае $J = J_1 + J_2 + J_3$, где J_1 – момент инерции полого цилиндра, J_2 – момент инерции стержня и J_3 – момент инерции шара (или сплошного цилиндра). Каждый из моментов инерции вычисляем по теореме Штейнера.

$$J_1 = J_{01} + m_1 d_1^2; \quad J_2 = J_{02} + m_2 d_2^2; \quad J_3 = J_{03} + m_3 d_3^2,$$

где d_1, d_2, d_3 – расстояния от центров масс каждого из тел до т. O , m_1, m_2, m_3 – массы этих тел, а J_{01}, J_{02}, J_{03} – моменты инерции этих тел относительно осей, проходящих через их центры масс, вычисляющихся по формулам:

$$J_{01} = \frac{1}{2} m_1 (R_1^2 + R_2^2); \quad J_{02} = \frac{1}{12} m_2 \ell^2;$$

$$J_{03} = \frac{2}{5} m_3 R^2; \quad J_{03} = \frac{1}{2} m_3 r^2.$$

Линейные размеры тел взять с маркировки на поверхности тел (массы тел написаны там же) либо измерить инструментом; линейкой измерить расстояния от центров масс тел до т. O .

Вычислить $J_{01}, J_{02}, J_{03}, J_1, J_2, J_3$ и общий момент инерции системы $J_{теор}$.

2-я часть. Определение момента инерции экспериментальным способом.

Для вычисления момента инерции по формуле (7) необходимо найти расстояние d от центра масс конструкции (т. C) до точки O (см. рис. 2). Найдем его двумя способами: аналитически и экспериментально.

А. Аналитический метод

Если конструкцию опереть в т. C , расположив ее горизонтально, то она будет находиться в равновесном положении, а это выполняется, если суммарный момент векторов сил равняется нулю: $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 = 0$. Отсюда находим $d_{теор}$.

Б. Экспериментальный метод

Поместить конструкцию горизонтально на опору-призму и уравновесить ее. Отметить положение точки равновесия и измерить линейкой расстояние OC (d). Сравнить полученное значение с аналитическим расчетом.

Экспериментальное определение момента инерции

1. Подвесить на призму конструкцию.
2. Отклонить тело на малый ($3-5^\circ$) угол и найти время 30, 40, 50 полных колебаний (десятые доли секунды не отбрасывать!).
3. Внести все данные в табл. 1 и вычислить момент инерции по формуле (7).

Таблица 1

№ п/п	Число колебаний n	Время колебаний t , с	J_i	$J_{ср}$
1				
2				
3				

4. Вычислить погрешности измерений.

Систематическая погрешность

Доверительный интервал систематических ошибок (приборных или инструментальных) вычисляем по формулам:

$$\Delta J_{\text{сист}} = \varepsilon \cdot J_{\text{ср}}; \quad (8)$$

$$\varepsilon = \sqrt{4\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2}, \quad (9)$$

где погрешность секундомера $\Delta t = 0,2$ с, а время t взять для $n = 30$ колебаний; погрешность массы (Δm) взять в соответствии с точностью взвешивания, представленной на маркировке тел (например, при $m = 3,45$ кг погрешность $\Delta m = 0,05$ кг); погрешности измерения длины (Δd) взять в соответствии с погрешностями инструментов.

Случайная погрешность

Вычислить доверительный интервал случайных ошибок по формуле

$$\Delta J_{\text{сл}} = t_{\alpha, n} \cdot S_n,$$

среднеквадратичную ошибку случайных погрешностей взять из табл. 2.

Таблица 2

№ п/п	J_i	ΔJ_i	$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 \Delta J_i^2}{n(n-1)}}$	$\Delta J_{\text{сл}}$
1				
2				
3				

Вычислить общий доверительный интервал:

$$\Delta J = \sqrt{\Delta J_{\text{сист}}^2 + \Delta J_{\text{сл}}^2}.$$

Вычислить относительную погрешность:

$$\varepsilon = \frac{\Delta J}{J_{\text{ср}}} \cdot 100 \%.$$

Контрольные вопросы

1. Какие условия необходимы для получения гармонических колебаний? Как должны изменяться характеристики колебательного движения, под действием каких сил эти колебания происходят? Каковы их особенности?
2. Напишите уравнение смещения, дайте определения амплитуды, фазы частоты и периода колебаний.
3. Выведите формулы скорости, ускорения, кинетической, потенциальной и полной энергии. Нарисуйте графики скорости, ускорения и силы при гармонических колебаниях.
4. Выведите формулы периода колебаний математического пружинного, физического маятников. Что называется приведенной длиной физического маятника?
5. Что такое центр масс системы и как определяется его положение?
6. В чем состоит метод вращающегося вектора амплитуды? Примените этот метод для сложения одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми частотами. Напишите формулы амплитуды и начальной фазы результирующего колебания.
7. Напишите уравнение траектории точки, участвующей одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с одинаковыми частотами. От чего зависит форма траектории?
8. Что такое биения? Напишите уравнение для амплитуды биений. Как меняется период изменения смещения и период изменения амплитуды биений?
9. Что такое фигуры Лиссажу? От чего зависит их форма? Как по виду траектории определить соотношение частот складываемых колебаний?

Список литературы

1. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 1997. – Гл. 140–142, 144.

Лабораторная работа № 81

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРАВИЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Приборы и принадлежности: стойка с металлической призмой из твердого металла, верхнее ребро которой является осью качания (т. *O*); полые цилиндры, диски, стержни, секундомер; измерительная линейка.

Теоретическая часть работы и расчетная формула представлены на с. 3–4.

Экспериментальная часть

Ход работы

1. Взять тело правильной геометрической формы и измерить его линейные размеры: длину для стержня, диаметр (или радиус) для диска или внутренний и внешний диаметры (радиусы) для полого цилиндра.
2. Замерить расстояние от центра масс тела до точки, относительно которой будет качаться тело.
3. Повесить тело на призму.
4. Отклонить тело на малый угол ($3\text{--}5^\circ$) и предоставить телу совершать свободные колебания, определив по секундомеру время 30 полных колебаний (десятые доли секунды не отбрасывать!).
5. Повторить эксперимент при 40 и 50 полных колебаниях.
6. Внести все данные в табл. 1 (с. 4) и вычислить момент инерции по формуле (7), определив массу тела взвешиванием или взяв значение массы, написанное на теле.
7. Вычислить среднеарифметическое значение момента инерции.
8. Вычислить погрешности измерений.

Систематическая погрешность

Доверительный интервал систематических ошибок (приборных или инструментальных) вычисляем по формулам (8) и (9), взяв для погрешности секундомера $\delta t = 0,2$ с, время t взять для $n = 30$ коле-

баний; погрешность массы δm взять в соответствии с точностью взвешивания, представленной на маркировке тел (например, при $m = 3,45$ кг погрешность $\delta m = 0,05$ кг); погрешности измерения длины δd взять в соответствии с погрешностями инструментов.

Случайная погрешность

Заполнить табл. 2, вычислив доверительный интервал случайных ошибок по формуле $\Delta J_{сл} = t_{\alpha, n} \cdot S_n$.

Вычислить	общий	доверительный	интервал
и			
относительную		погрешность	

$$\Delta J = \sqrt{\Delta J_{сист}^2 + \Delta J_{сл}^2}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta J}{J_{ср}} \cdot 100\%.$$

Аналитический метод расчета

1. Вычислить момент инерции тела относительно его центра масс по соответствующим формулам для этих форм.
2. Вычислить момент инерции тела относительно точки подвеса по формуле Штейнера.
3. Сравнить вычисленные значения (экспериментальное и теоретическое); их отличие не должно быть большим, и при хороших измерениях расхождение значений не должно быть больше абсолютной погрешности.

Составитель

Лев Фёдорович Меденцов

Лабораторная работа № 81а

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ КОНСТРУКЦИИ МЕТОДОМ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов всех специальностей
и форм обучения

Редактор И.Э. Загваздина

Санитарно-эпидемиологическое заключение

№ 54.НК.05.953.П.000148.12.02 от 27.12.2002 г.

Подписано к печати 14.03.2006. Формат 60х84 1/16 д.л.

Гарнитура Таймс. Бумага газетная. Ризография.

Объём 0,75 п.л. Тираж 300 экз. Заказ № 146

Новосибирский государственный архитектурно-строительный
университет (Сибстрин)

630008, Новосибирск, ул. Ленинградская, 113

Отпечатано мастерской оперативной полиграфии НГАСУ
(Сибстрин)