

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Методические указания
к лабораторной работе № 9
для студентов всех специальностей
и форм обучения

НОВОСИБИРСК 2002

Методические указания разработаны к.т.н., профессором
Л.Ф. Мединцовым

Утверждены методической комиссией ИОБО
9 апреля 2002 года

Рецензенты:

- Н.И. Новикова, доцент кафедры физики (НГАСУ)
- С.Ю. Глазков, к.ф.-м.н., с.н.с. (ИНХ СО РАН);

© Новосибирский государственный
архитектурно-строительный
университет, 2002

Лабораторная работа № 9

"Определение момента инерции твердого тела"

Приборы и принадлежности: маятник Обербека, источник питания, передвижное устройство со шкалой и площадкой, электросекундомер, панель управления.

Теория

Для характеристики инерционности тела, совершающего вращательное движение, вводится физическая скалярная величина **момент инерции тела**.

Любое абсолютно твердое тело можно представить как систему материальных точек массами $m_1, m_2, \dots$, расположенных на фиксированных расстояниях $r_1, r_2, \dots$ от оси вращения. Каждая материальная точка обладает моментом инерции, определяющимся по формуле:

$$J_i = m_i r_i^2. \quad (1)$$

Момент инерции вращающегося тела равен сумме моментов инерции материальных точек:

$$J_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (2)$$

При разбиении тела на бесконечно малые массы момент инерции тела вычисляется через интеграл:

$$J = \int r^2 dm. \quad (3)$$

Пределы интегрирования, а, следовательно, в конечном счете и момент инерции тела, определяются **формой, размерами тела, распределением массы по объему относительно оси вращения** – при изменении этих параметров изменяется и его момент инерции.

Для тел правильной геометрической формы вычисление момента инерции по формуле (3) не представляет большой

трудности, а момент инерции тел неправильной формы относительно оси, проходящей через центр масс, определяется опытным путем.

Один из таких методов состоит в том, что на ось надевают шкив и изучают динамику вращения тела. В данной работе изучается вращение системы, которая называется *маятник Обербека* и определяется момент инерции этой системы.

Прибор (рис. 1) представляет собой крестовину, состоящую из четырех стержней *A*, прикрепленных к втулке *B*. Втулка насажена на ось, концы которой вставлены в подшипники *C*, укрепленные на стойке. Грузы *D* могут перемещаться вдоль стержней, за счет чего можно изменять распределение массы по системе. На ту же ось насажен шкив *E*, на который наматывается нить с подвешенной гирей, которая при опускании приводит во вращение крестовину с грузами.

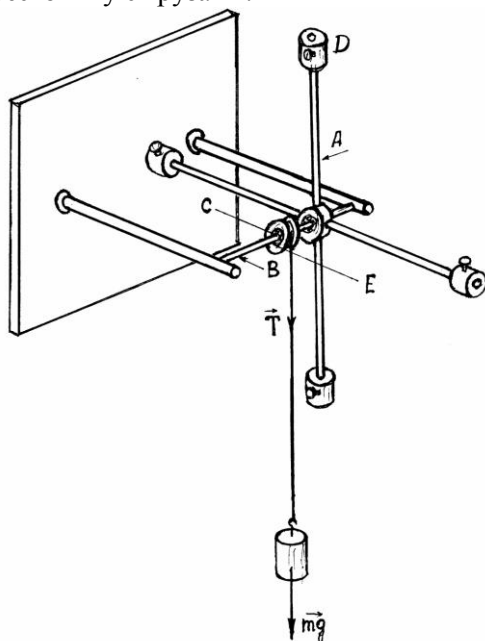


Рис. 1

I. Если пренебречь силой трения в оси, то вывод формулы для момента инерции можно сделать на основе кинематики и динамики движения груза и крестовины, при этом линейное ускорение гири равно тангенциальному ускорению точек шкива на его цилиндрической поверхности и связано с угловым ускорением:

$$a = \varepsilon \cdot r. \quad (4)$$

Момент инерции маятника Обербека может быть определен из основного уравнения динамики вращательного движения:

$$M = J \cdot \varepsilon. \quad (5)$$

Момент силы T , приложенный к шкиву радиусом r , равен:

$$M = T \cdot r. \quad (6)$$

Уравнение динамики движения груза имеет вид:

$$ma = mg - T. \quad (7)$$

Используя приведенные выше уравнения, получаем

$$J = mr^2 \cdot \left(\frac{gt^2}{2h_3} - 1 \right). \quad (8)$$

II. В том случае, когда необходимо учесть силу трения, имеющую место в системе, уравнение движения груза приобретает вид:

$$ma = mg - T - F_{mp}. \quad (9)$$

Найдем эту силу, используя связь энергии с работой. Примем уровень пола (рис. 2) помещения за нулевой уровень. Тогда потенциальная энергия поднятого в верхнее положение A груза будет равна

$$E_A = mg(h_1 + h), \quad (10)$$

где h_1 – расстояние от верхней точки A до нижнего положения груза B при полностью раскрученной нити; h – высота расположения груза над полом (в точке B).

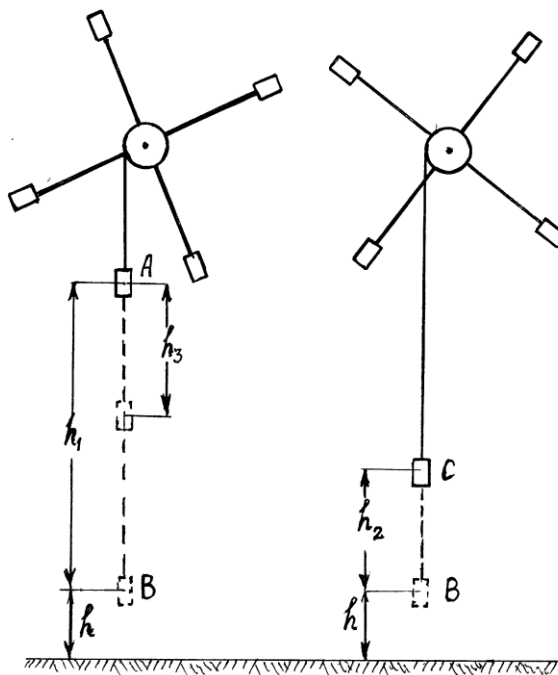


Рис. 2

Вращающаяся крестовина за счет своей кинетической энергии будет поднимать груз до некоторого положения C , в котором потенциальная энергия будет равна

$$E_C = mg(h_2 + h), \quad (11)$$

где h_2 – расстояние от нижнего положения груза до положения B .

Разность двух значений потенциальной энергии (в положениях A и B) равно работе сил трения на участках AB и BC :

$$\Delta E = E_A - E_B = A_{AB} + A_{BC} \quad (12)$$

или

$$mg \cdot (h_1 + h) - mg \cdot (h_2 + h) = F_{mp} (h_1 + h_2). \quad (13)$$

Отсюда сила трения

$$F_{mp} = mg \cdot \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}. \quad (14)$$

Используя формулы (4), (5), (6), (9), (14) получаем:

$$J' = mr^2 \cdot \left[\frac{gt^2 h_2}{h_3 (h_1 + h_2)} - 1 \right]. \quad (15)$$

Если линейное ускорение определяется на пути h_1 , то

$$J' = mr^2 \cdot \left[\frac{gt^2 h_2}{h_1 (h_1 + h_2)} - 1 \right]. \quad (16)$$

Для определения времени прохождения грузом участка h_3 или участка h_1 может быть использован секундомер или электросекундомер. В последнем случае используется электрическая схема управления процессом представленная на плакате у стенда.

Ход работы

1. Измерить штангенциркулем радиус шкива r (или сообщит преподаватель).

2. Закрепить грузы в каком-либо положении (на минимальном или максимальном расстоянии от оси вращения).

3. Включить источник питания электромагнита $\mathcal{E}$ и электросекундомера.

4. Поставить переключатель Π в положение «1», при котором подается напряжение на электромагнит.

5. Намотать нить на шкив до тех пор, пока грузик не приянется к сердечнику электромагнита.

6. Замкнуть контакты разрывного устройства P .

7. Поставить переключатель электросекундомера в положение «Автомат», нажать кнопку «Сброс», выставить нули на приборе.

8. Перевести тумблер переключателя Π в положение «2», при котором отключается напряжение на электромагните, грузик начинает свое движение, а электросекундомер – отсчет времени, который продолжается до тех пор, пока грузик не разорвет контакты устройства P . Проследить за тем, чтобы элемент разрывного устройства не мешал дальнейшему движению грузика и после того, как он дойдет до нижнего положения и начнет подниматься вверх, отметить по шкале положение нижней плоскости грузика, когда он остановится.

9. **Намотать нить на шкив точно так же, как и в первом случае**, и повторить пункт 8 еще два раза. Данные занести в табл. 1.

10. По формулам (8), (14) или (15) вычислить момент инерции для каждого опыта.

11. Найти среднеквадратичную ошибку и доверительный интервал для первого случая расположения грузов на стержнях; заполнить табл. 2.

12. Передвинуть грузы на стержнях в противоположное положение первому и повторить все измерения и вычисления.

13. Оценить погрешность, которая получается при измерении по второму методу (с учетом трения) по сравнению с первым.

$$h_1 = \quad , \quad h_3 = \quad , \quad r = \quad .$$

Таблица 1

№ п/п	h_2	t	J_i	J_{cp}	J'_i	J'_{cp}
Грузы находятся на концах стержней						
1						
2						
3						
Грузы находятся на минимальном расстоянии						
1						
2						
3						

14. Расчет погрешности измерений. Расчет доверительного интервала и относительной погрешности проводим для одного из случаев нахождения грузов и одного из методов (с трением или без трения)

Таблица 2

№ п/п	J_i	ΔJ_i	ΔJ_i^2	$S_{rd} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta J_i^2}{n(n-1)}}$	$\Delta J = t_{\alpha,n} \cdot S_{кв}$	ε
1						
2						
3						

Контрольные вопросы

Каков смысл тангенциального и нормального ускорений точки? Как направлены вектора этих ускорений?

Дайте определение угловой скорости, углового ускорения. Как направлены векторы этих ускорений? Напишите формулы связи между ними.

Что такое момент силы? Что такое плечо момента силы? Укажите направление вектора момента силы.

Что такое момент инерции тела? От чего он зависит? Напишите формулы моментов инерции тел: сплошной цилиндр, тонкостенный цилиндр (обруч), шар, стержень.

Запишите и сформулируйте теорему Штейнера.

Напишите и объясните основной закон динамики вращательного движения твердого тела.

Напишите формулу кинетической энергии вращающегося тела и катящегося тела.

Каков вид формул работы и мощности вращательного движения?

Что называется моментом импульса материальной точки и твердого тела относительно неподвижной оси? Как определяется направление момента импульса?

Сформулируйте и запишите закон сохранения момента импульса.

Сделайте вывод формулы (8)

Сделайте вывод формулы (15).

Литература

Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие / Т.И. Трофимова. – М.: Высш. школа, 1997. § 2–4, 6, 11, 12, 16–19.

Составитель

Лев Фёдорович Меденцов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Методические указания
к лабораторной работе № 9
для студентов всех специальностей

Редактор Г.К. Найдёнова

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 54.НЦ. 02.953.П.127.10.01 от 01.10.2001 г.
Подписано к печати 25.04.2002. Формат 60х84 1/16
д.л.

Гарнитура Таймс. Бумага газетная. Ризография.
Объём 0,75 п.л. Тираж 300 экз. Заказ №

Новосибирский государственный архитектурно-
строительный университет
630008, Новосибирск, ул. Ленинградская, 113

Отпечатано мастерской оперативной полиграфии НГАСУ